

APRIOR MA'LUMOTLAR TO'LIQ BO'LMAGAN BOSHQARUV MASALALARINING TAHLILI

Sobirova Gulandon Davronovna

Samarqand davlat universiteti, Kompyuter ilmlari va texnologiyalar fanlari katedrasi katta o'qituvchisi

Davronova Oybarchin Murodovna

Samarqand davlat universiteti, Intellektual tizimlar va kompyuter texnologiyalari fakulreti talabasi

ARTICLE INFO.

Kalit so'zlar: Optimal qaror qabul qilish, o'lchashlar xatolari, tashqi o'zgartuvchi kuch ta'siri, dinamik boshqaruv sistemalari.

Annotatsiya

Maqolada boshlang'ich holati noaniq va tashqi ta'sirlar parametriga to'g'risida ma'lumotlar to'liq bo'lmagan qaralgan chiziqli boshqaruv sistemasini o'rganish masalasi yoritilgan.

<http://www.gospodarkainnowacje.pl/> © 2023 LWAB.

Boshqaruvning amaliy masalalarini modellashtirganda o'lchashlar xatolari, tashqi o'zgartuvchi kuch ta'siri, informatsiyaning kechikishi va noaniqligi kabi bir qator muhim omillarni hisobga olish zarur bo'ladi. Bunday modellarni o'rganish noaniqlik sharoitidagi optimal boshqaruv masalalarining matematik nazariyasi rivojlanishiga olib keldi [4].

Noaniqlik sharoitidagi boshqarish va kuzatish muammolari differensial o'yinlar masalalari bilan ham uzviy bog'liq bo'lib, ularning hal etilishida asosiy yondashuvlardan biri – sifat mezonining kafolatlangan qiymatini optimallashtirish iboratdir. Bu esa minimaksli optimal boshqaruv masalalari deb ataluvchi masalalarga olib keladi [2].

Noaniqlik sharoitidagi dinamik boshqaruv sistemalarining modellari ko'pincha

$$\dot{x} = f(t, x, u, v), \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (1)$$

differensial tenglama bilan ifodalanadi, bu erda $v = v(t)$ parametrning o'zgarish qonuni noma'lum bo'lib, u to'g'risida ma'lumot parametrning yo'l qo'yiladigan qiymatlari to'plamining berilishi bilan cheklangan bo'ladi. Bundan tashqari, (1) sistemaning boshlang'ich holati to'g'risida ham informatsiya to'liq bo'lmaganligi mumkin.

Ushbu ishda (1) ko'rinishdagi boshqaruv sistemasining amaliyotda ko'p uchraydigan chiziqli modeli

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \quad x(t) = x^0, \quad (2)$$

qaralgan, bu erda $A(t) - n \times n$ – matritsa, $B(t) - n \times m$ – matritsa, $C(t) - n \times k$ – matritsa, $u \in U, v \in W, U \subset R^m, W \subset R^k$. Sistemaning boshlang'ich holatini ifodalovchi x^0 vektorlar uchun $x^0 \in D$ shart berilgan, yerda $D \subset R^n$ – Kompakt.

(2) sistema uchun boshqaruv mezonining kafolatlangan qiymati sifatida

$$J(u) = \max_{x^0 \in D} \max_{v \in W(T)} g(x(t_1, x^0, u, v)) \quad (3)$$

funksional qaralgan, bunda $x(t, x^0, u, v)$ – (2) chiziqli sistemaning $x(t_0) = x^0$ shartni qanoatlantiruvchi traektoriyasi,

$$g(x) = \min_{i=1, n} (l_i, x), l_i \in R^n.$$

(3) funksionalni minimallashtirish masalasi hisoblanadi.

R^n fazoda $y = (y_1, \dots, y_n)$ va $z = (z_1, \dots, z_n)$ nuqtalar mos ravishda

$$\dot{y} = u, u = u(t) \in V, t \in T = [t_0, t_1]$$

$$\dot{z} = V, V = V(t) \in W, t \in T,$$

tenglamalarga bo'ysungan holda harakat qilayotgan bo'lsin. Sistemaning boshlang'ich holati

$$y(t_0) = y^0, y^0 \neq 0,$$

ma'lum va bu boshqaruv sistemasi uchun $u = (t) \in V, t \in T$, bo'lakli uzluksiz funksiyalardan foydalanib, (1) boshqaruv ob'yekti uchun shunday $u(t), t \in T$ boshqarishni topish talab etiladiki,

$$\begin{aligned} & \min_{z^0 \in Z^0} \max_{v \in W(T)} \max_{i=1, n} |y_i(t_1, y^0, u^*) - z_i(t_1, z^0, v)| = \\ & = \max_{u \in U(T)} \min_{z^0 \in Z^0} \min_{v \in W(T)} \max_{i=1, n} |y_i(t_1, y^0, u) - z_i(t_1, z^0, v)| \end{aligned}$$

tenglik bajarilsin. Optimal boshqaruvni qurish algoritimining tadbiqini qaraymiz:

Noaniqlik sharoitidagi dinamik boshqaruv sistemalarining modellari ko'pincha

$\dot{x} = f(t, x, u, v)$, $t_0 \leq t \leq t_1$ differensial tenglama bilan ifodalanadi. Mana shunday ko'rinishdagi boshqaruv sistemasining amaliyotda ko'p uchraydigan chiziqli modeli

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, x(t) = x^0, \text{ Qaraymiz.}$$

R^n Fazoda $y = (y_1, \dots, y_n)$ va $z = (z_1, \dots, z_n)$ nuqtalar mos ravishda

$$\dot{y} = u, u = u(t) \in V, t \in T = [t_0, t_1] \quad (4)$$

$$\dot{z} = V, V = V(t) \in W, t \in T, \quad (5)$$

tenglamalarga bo'ysungan holda harakat qilayotgan bo'lsin. (4) sistemaning boshlang'ich holati

$$y(t_0) = y^0, y^0 \neq 0, \quad (6)$$

ma'lum va bu boshqaruv sistemasi uchun $u = (t) \in V, t \in T$, bo'lakli uzluksiz funksiyalardan foydalanamiz, bu yerda $V \subset R^n$ – chyegaralangan yopiq to'plam.

(5) sistemaning boshlang'ich holati

$$z(t_0) = z^0 \quad (7)$$

noma'lum, $z^0 \in Z^0, Z^0 \subset R^n$ – qavariq kompakt to'plam, $y^0 \notin Z^0$ dyeb hisoblaylik. Bundan tashqari z

nuqta tyezligining o'zgarishini ifodalovchi $v = v(t), t \in T$, funktsiyaning o'lchovli, chyegaralangan ekanligi va uning W to'plamidan qiymatlar qabo'l qilishi ma'lum, xolos, bunda $W \subset R^n$ – chyegaralangan yopiq to'plam.

(4) boshqaruv ob'yekti uchun shunday $u(t), t \in T$ boshqarishni topish talab etiladiki,

$$\begin{aligned} \min_{z^0 \in Z^0} \max_{v \in W(T)} \max_{i=1, n} |y_i(t_1, y^0, u^*) - z_i(t_1, z^0, v)| = \\ = \max_{u \in U(T)} \min_{z^0 \in Z^0} \min_{v \in W(T)} \max_{i=1, n} |y_i(t_1, y^0, u) - z_i(t_1, z^0, v)| \end{aligned} \quad (8)$$

tenglik bajarilsin:

Bu masalani hal etish uchun avvalgi paragraflarda olingan natijalardan foydalanamiz. [10,11]

$x = y - z$ dyeb byelgilaymiz. U vaqtda (4) (5) sistemani

$$\dot{x} = u - v, u = u(t) \in U, v = v(t) \in W, t \in T \quad (9)$$

ko'rinishda yozish mumkin. (9) sistema uchun boshlang'ich shart

$$x(t_0) = x^0 = y^0 - z^0 \in y^0 - Z^0$$

ko'rinishda bo'ladi. $D = y^0 - Z^0$ dyeb belgilab, uni

$$x(t_0) \in D \quad (10)$$

kabi yozamiz. Tushinarliki $0 \notin D$.

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}, \quad e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \quad e_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \quad (11)^*$$

birlik n -vektorlarni olamiz va

$$l_i = e_i, i = \overline{1, n}, \quad l_{n+i} = -e_i, i = \overline{1, n} \quad (12)$$

belgilashlarni kiritamiz. U vaqtda

$$\max_{i=1, n} |x_i| = -\min_{i=1, 2n} (l_i, x) \quad (13)$$

tenglikning bajarilishi ravshan. $x = y - z$ belgilashni va (13) tenglikni hisobga olib, (8)ga teng kuchli quydagi tenglikni olamiz:

$$\max_{x^0 \in D} \max_{v \in W(T)} \min_{i=1, 2n} (l_i, x(t_1, x^0, u^*, v)) = \min_{u \in U(T)} \max_{x^0 \in D} \max_{v \in W(T)} \min_{i=1, 2n} (l_i, x(t_1, x^0, u, v)) \quad (14)$$

Shunday qilib, qaralayotgan masala (9), (10) sistema uchun

$$g(x) = \min_{i=1, 2n} (l_i, x) \quad (15)$$

terminal mezonli

$$\max_{x^0 \in D} \max_{v \in W(T)} g(x(t_1, x^0, u, v)) \rightarrow \min_{u \in U(T)} \quad (16)$$

minimaksli masalaga keltirildi.

Quyidagi $n \times n$ -o'lchamli

$$A = \begin{pmatrix} 0 & . & . & 0 \\ 0 & - & - & 0 \\ - & - & - & - \\ 0 & - & - & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & . & 0 \\ 0 & 1 & . & 0 \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & . & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & . & 0 \\ 0 & -1 & . & 0 \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & . & -1 \end{pmatrix}$$

matritsalarini kiritsak, (9) ni

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv \quad (17)$$

ko'rinishda yozish mumkin. U vaqtda $\dot{x} = Ax = 0$ sistemaga mos fundamental yechimlar matritsasi $F(t, \tau) = E$, (E – birlik $n \times n$ – matritsa) bo'ladi [5].

$L = \{l_i, i = \overline{1, 2n}\}$ to'plamni qaraymiz, bu yerda l_i vektorlar (11), (12) tengliklar bilan aniqlangan.

2.1 da keltirilgan algoritmgaga ko'ra (8) formula bo'yicha $\mu(l)$ funktsiyani aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} \mu(l) &= \max_{x^0 \in D} (F(t_1, t_0)x^0, l) + \int_{t_0}^{t_1} \min_{u \in U} (F(t_1, t)B(t)u, l) dt + \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} \max_{v \in W} (F(t_1, t)C(t)v, l) dt = \min_{u \in U} \max_{x^0 \in D} \max_{v \in W} [(x^0, l) + (t_1 - t_0)(u - v, l)] \end{aligned}$$

Faraz qilaylikki,

$$Z^0 = \{z : \|z\| \leq r_0\}, U = \{u : \|u\| \leq r\}, W = \{v : \|v\| \leq R\}$$

bo'lsin. U vaqtda

$$\begin{aligned} \mu(l) &= (y^0, l) + \max_{\|z^0\| \leq r_0} (z^0, l) + (t_1 - t_0) [\min_{\|u\| \leq r} (u, l) - \min_{\|v\| \leq R} (v, l)] = (y^0, l) + r_0 \|l\| + (t_1 - t_0)(R - r) \|l\| = \\ &= (y^0, l) + [r_0 + (t_1 - t_0)(R - r)] \|l\| \end{aligned}$$

bo'ladi. $r_0 + (t_1 - t_0)(R - r) \leq 0$ bo'lsin. U vaqtda $\mu(l)$ funktsiya R^n da botiq funktsiyadir. Shuning uchun $\mu(l)$ funktsiya coL to'plamdagi global minimumiga $l_i, i = \overline{1, 2n}$, vektorlardan birortasida erishadi, ya'ni

$$\begin{aligned} \min_{l \in coL} \mu(l) &= \min_{i=1, 2n} \mu(l_i) = \min_{i=1, 2n} \{(y^0, l_i) + [r_0 + (R - r)(t_1 - t_0)] \|l_i\|\} = \\ &= \min_{i=1, 2n} (l_i, y^0) + r_0 + (R - r)(t_1 - t_0), \end{aligned}$$

chunki $\|l_i\| = 1, i = \overline{1, 2n}$

Demak, $\mu(l)$ funktsiyaning coL to'plamdagi global minimumi bo'lgan l^* nuqta

$$(l^*, y^0) = \min_{i=1, 2n} (l_i, y^0) \quad (18)$$

shartdan topiladi. (18) shartni

$$|y_{i_*}^0| = \max_{i=1,n} |y_i^0| \quad (19)$$

kurinishda yozish mumkin, ya'ni $l^* = e_i$ yoki $l^* = -e_i$ bo'ladi.

Quyidagi to'plamni aniqlaymiz:

$$I_* = \left\{ i_* : |y_{i_*}^0| = \max_{i=1,n} |y_i^0| \right\}.$$

Har bir $i_* \in I_*$ uchun (19) bajariladi. Shularga asosan (18) ni qanoatlantiruvchi l^* vektorni quyidagicha aniqlaymiz:

$$l^* = \begin{cases} -l_{i_*}, \text{ agar } & x_{i_*} > 0, \\ l_{i_*}, \text{ agar } & x_{i_*} < 0, \end{cases} \quad (20)$$

bu yerda l_{i_*} vektor (11) formula bo'yicha aniqlanadi[4].

Optimal boshqaruvni qurish algoritmiga ko'ra (16), (17) sistema uchun optimal boshqaruv

$$u^* = -r \frac{l^*}{\|l^*\|} = -rl^* = \begin{cases} re_{i_*}, \text{ agar } & x_{i_*} > 0, \\ -re_{i_*} \text{ agar } & x_{i_*} < 0, \end{cases} \quad (21)$$

formula bo'yicha quriladi. Demak, (8) shartni qanoatlantiruvchi boshqaruv (21) tenglik bilan aniqlanadi.

Литература

1. Плотников В.А., Плотников А.В., Витюк А.Н. Дифференциальные уравнения с многозначной правой частью. Асимптотические методы. Одесса: Астро-принт. 2001.
2. Борисович Ю.Г., Гельман Е.Д., Мышкис А.Д., Обуховский В.В. Введение в теорию многозначных отображений и дифференциальные включения. –М. КомКнига, 2005.
3. Отакулов С. Собирова Г.Д. Условия оптимальности в задаче управления ансамблем траекторий дифференциального включения. Uzbek Mathematical Journal, 2008, № 2. –p.81-89.
4. Otakulov S., Sobirova G. D. Optimality conditions in the problem of controlling an ensemble of trajectories of differential inclusion. Uzbek Mathematical Journal (2008), No. 2. - p. 81-89
5. Otakulov S., Sobirova G. D. On optimality conditions in a minimax control problem. Uzbek Mathematical Journal (2007), No. 4. - pp. 47-55.