https://gospodarkainnowacje.pl

GOSPODARKA I INNOWACJE

LABORATORIUM WIEDZY Artur Borcuch

Volume: 34 | 2023

Economy and Innovation

ISSN: 2545-0573

For more information contact: editor@gospodarkainnowacje.pl

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ОРГАНИЗАЦИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Хайрулла Киличевич Каршибоев

к.ф-м.н., доцент., зав.кафедры «Высшей математики» Самаркандский институт экономики и сервиса

A R T I C L E I N F O.

Ключевые слова: теория массового обслуживания, математический аппарат, системы массового обслуживания, распределение вероятностей.

Аннотация

В данной статье рассмотрены математические методы анализа организаций массового обслуживания, оказывающие различные услуги населению для выявления эффективности деятельности и нахождения путей оптимизации. В качестве применения математического аппарата в обслуживании рассмотрен крупный супермаркет со столом заказов для которого и приведён анализ. Также показано на примере обслуживания рабочих инструментами из кладовой с неявными потерями, а именно необходимо ли содержать ещё одного кладового или текущее положение выгоднее, чем содержание нового кладового.

Теория массового обслуживания впервые применялась в телефонном обслуживании, а затем ив других областях хозяйственной деятельности.

Например, организация нормального процесса обслуживания покупателей связана с правильным определением следующих показателей:

количества предприятий данного торгового профиля, численности продавцов в них (в том числе и «механических»), наличия соответствующих основных фондов, частоты завоза товаров, численности обслуживаемого населения, плотности обращаемости и потребности в соответствующих товарах (по групповому и внутригрупповому ассортименту). Если предположить, что предприятие располагает необходимыми основными фондами, торгует товарами, имеющимися в достаточном количестве (при нормальной частоте завоза), то и тогда в процессе обслуживания остаются такие переменные величины, которые могут существенно повлиять на качество обслуживания.

Надлежит, следовательно, выбрать такой оптимальный вариант организации торгового обслуживания населения, при котором время обслуживания будет минимальным, качество – высоким, не будет излишних народно-хозяйственных затрат. Математический аппарат теории массового обслуживания облегчает решение этой задачи. При этом различают две формы обслуживания: с неявными потерями и с явными потерями.

Систему массового обслуживания с неявными потерями (правило очередей) можно показать на примере обслуживания рабочих необходимым инструментом (из обособленных кладовых промышленного предприятия).

Допустим, что в инструментальной кладовой работают два кладовщика.

Требуется определить, в какой мере они своевременно обеспечивают заявки на обслуживание, поступающие от рабочих; в очереди за инструментом дороже, чем дополнительное содержание еще одного или двух кладовщиков?

Таблица 1 Расчет полного числа приходов рабочих в кладовую

Число прихо-дов в единицу времени (за15мин)	Наблю-даемое число прихо-дов,%	Наблю-даемая частота прихо-дов,%	Полное число прихо-дов рабочих (гр.1х х гр.2)	Число прихо-дов в единицу времени (за15 мин)	Наблю-даемая частота прихо-дов,%	Наблю-даемая частота прихо-дов,%	Полное число прихо-дов рабочих (гр.1х х гр.2
1	2	3	4	1	2	3	4
	0	0	0				
1	0	0	0				
2	1	0,33	2	15	23	7,67	345
3	3	1,00	9	16	20	6,67	320
4	5	1,67	20	17	18	6,00	306
5	8	2,67	40	18	16	5,33	288
6	10	3,33	60	19	13	4,33	247
7	12	4,00	84	20	11	3,67	220
8	13	4,33	104	21	10	3,33	210
9	16	5,33	144	22	8	2,67	176
10	18	6,00	180	23	5	1,67	115
11	20	6,67	220	24	3	1,00	72
12	19	6,33	228	25	1	0,33	25
13	21	7,00	273	26	1	0,33	26
14	25	8,33	350				
					300	99,99	

Для решения данной задачи необходимы прежде всего хронометражные замеры о потоке требований на обслуживание единицу времени. Если хронометраж осуществлялся в течение дней каждый мин за смену (кроме начала и конца рабочего дня), то за этот отрезок времени было произведено

300 наблюдений (30 наблюдений, умноженное на 10). Время наблюдений (7) составит 4500мин (15 300). Причем таких промежутков, когда на склад никто не приходил или приходил только один рабочий, не наблюдалось, приход двух рабочих отмечался один раз, трех - три раза и т.д.

Частота при 300 наблюдениях равна

$$0{,}33\left(\frac{1}{300}\cdot 100\right), \quad \text{трех } -1\left(\frac{3}{300}\cdot 100\right) \quad \text{и т.д.}$$

Для определения среднего числа приходов в единицу времени (X) исчисляется полное число приходов (N) как сумма произведений числа приходов (количества пришедших в кладовую рабочих) на наблюдаемое число приходов.

Таким образом, среднее число требований на обслуживание, т.е. среднее

число приходов в единицу времени (X), составит

$$\lambda = \frac{N}{T} = \frac{4064}{4500} = 0{,}903 \text{ чел. - мин.}$$

Чтобы определить распределение вероятностей для длительности обслуживания при предположении, что закон распределения экспоненциальный, вычислим среднюю продолжительность одного обслуживания $(T_{облс})$; она равна 1,6 мин.

После этого можно установить интенсивность обслуживания (μ):

$$\mu = \frac{1}{T_{облс}}; \mu = \frac{1}{1{,}6} = 0{,}625 \text{ чел. – мин.}$$

В случае, когда $X < \mu$, увеличение очереди не возникает, так как удовлетворение требований происходит не ранее их поступления. В нашем п Точно определить величину очереди как случайную нельзя. Можно вычислить вероятность того, что в момент времени (t) очередь будет характеризоваться числом требований $P_n(t)$:

$$P_n(t) = \sigma^{\mathrm{n}}(1-\sigma);\ P_0(t) = (1-\sigma);\ \sigma = \frac{\lambda}{\mu},$$

где $P_0(t)$ – вероятность отсутствия требований.

В тех случаях, когда $a > 1$, вероятность отсутствия очереди (σ_0) обычно берется из графиков (в нашем случае $a = 1{,}445$).

Для построения таких графиков воспользуемся таблицей значений P_0 для различных значений ст и n (n - количество кладовщиков в инструментальной кладовой).

По данным табл. 2, в нашем случае рассматривается многолинейная система, когда $\mathrm{n} > 1$ (количество кладовщиков превышает единицу).

Таблица 2 Значения P_n

σ^{n}	2	3	4	5	6	7	8
1	0,333	0,363	0,367	0,367	0,367	0,367	0,368
2		0,111	0,130	0,134	0,135	0,135	0,135
3			0,037	0,046	0,049	0,049	0,050
4				0,013	0,016	0,017	0,018

Определим среднее время ожидания (T_c), которое складывается из среднего времени ожидания обслуживания в очереди $(T_{ож})$ и среднего времени обслуживания $(T_{обл})$:

Предположим, что у рабочего потери от простоев составляют 5, а содержание кладовщика – 4 ден. ед. в единицу времени. За период времени T в систему поступает $\lambda \quad \Gamma$ заявок, т.е. $1{,}445 \quad \Gamma$ заявок.

Потери вследствие простоя рабочих при различном числе кладовщиков, расходы на заработную плату кладовщиков, а также суммарные затраты и потери приведены в табл. 3.

Таблица 3

Количество кладовщиков	Потери от простоя рабочих	Затраты на содержание кладовщиков	Суммарные затраты и потери
2	$3{,}213 \cdot 1{,}445 \cdot 5T = 23{,}214T$	8T	$31{,}214T$
3	$1{,}799 \cdot 1{,}445 \cdot 5T = 12{,}998T$	12T	$24{,}998T$
4	$1{,}635 \cdot 1{,}445 \cdot 5T = 11{,}813T$	16T	$27{,}813T$

Из данных табл. 3 следует, что экономически выгоднее в инструментальной кладовой иметь трех кладовщиков, поскольку суммарные затраты и потери будут наименьшими $(\min\ 24{,}9987)$.

Порядок исчисления показателя качества обслуживания с явными потерями покажем далее для условий простейшего потока требований.

Стол заказов при крупном супермаркете оборудован четырьмя телефонами. Среднее число вызовов в течение часа составляет 96, среднее время, затрачиваемое на прием одного заказа, -2 мин. Требуется определить, как полно загружены приемщики заказов, какова вероятность отказа в обслуживании.

Степень загруженности приемщиков определяется по формуле

$$\mu_1 = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{KP_k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(k_1 - 1)!} (\frac{\lambda}{\gamma})^n P_0$$

По условиям если $n = 4$(4 телефона, 4 приемщика заказов), $X = 96$ (число вызовов в течение часа); среднее время, затрачиваемое на прием одного заказа, составляет 2 мин, или $\frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ единицу времени; значение параметра $\gamma = 1 : \frac{1}{30} = 30$, следовательно, $\frac{\lambda}{\gamma} = \frac{96}{30} = 3{,}2$. Величины вероятностей P_0, P_1, P_2, P_3, P_4 приведены в табл. 4. Значение членов второго столбца найдено по формуле

$$\frac{P_k}{P_0} = \frac{1}{k!} (\frac{\lambda}{\gamma}) = \frac{(3{,}2)^k}{k!}$$

Как известно,

$$\sum_{k=1}^{n} P_k = 1,$$

Отсюда

$$\frac{P_k}{P_0} = \sum_{k=0}^{4} \frac{P_k}{P_0} = \frac{1}{P_0} \text{ при } P_0 = \frac{1}{19{,}151} \approx 0{,}0522$$

Умножая каждое из значений $\frac{P_k}{P_0}$ на $P_0 = 0{,}0522$, получим величину P_k. Затем, умножая значения членов третьего столбца на значения первого столбца (на 0), второго (на 1) и т. д. и суммируя их, получим математическое ожидание числа занятых приемщиков:

$$\mu_1 = \sum_{k=0}^{4} KP_k = 2{,}4693.$$

Таблица 4

Число приемщиков	$\frac{P_k}{P_0}$	$\mathrm{P_k}$	KP_k
0	1,0	0,0522	0
1	3,2	0,1670	0,1670
2	5,12	0,2673	0,5346
3	5,462	0,2851	0,8553
4	4,369	0,2281	0,9124
	19,151	0,9997	2,4693

Следовательно, каждый приемщик заказов будет занят в среднем 0,62

рабочего дня $(\frac{2,4693}{4})$.

Ответим на второй вопрос: какова вероятность отказа в обслуживании?

Для этого найдем вероятность того, что все приемщики будут заняты в момент обращения очередного клиента:

$$\mathrm{P}_n = \frac{(\frac{\lambda}{\gamma})\frac{1}{n!}}{\sum_{m=0}^{n}\frac{1}{m}(\frac{\lambda}{\gamma})^m}$$

Подставляя значения - $n = 4$, найдем значение P_n : $P_4 = 0,23$.

Полученный результат показывает, что из 100 заказчиков в среднем 77 будут обслужены, а 23 – нет. Следовательно, обслуживающую систему нельзя признать достаточной (23% отказов); экономия на численности обслуживающего аппарата отрицательно влияет на качество обслуживания населения.

Число приемщиков отдела заказов целесообразно увеличить до пяти, тогда математическое ожидание числа не обслуженных заявок составит лишь 0,13. Иными словами, из 100 заказчиков будет обслужено 87, а 13 получат отказы. Таким образом, увеличение числа приемщиков на одного повысит качество обслуживания с 77 до 87.

Литература

1. М.И. Баканов, М.В. Мельник, А.Д. Шеремет. Теория экономического анализа. Учебник. / Под ред. М.И. Баканова. - М.: "Финансы и статистика" , 2007.

2. В.И. Колемаев и др. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособия. –М.: «Высшая школа» 1991.

3. Экономическая теория: Учебник /Под ред. В.Д. Камаева. - М.: Владос, 2011.

4. И.Е.Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособия. –М.: «Высшая школа» 2009.